

**Министерство высшего и среднего специального
образования СССР**

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ХИМИЯ И ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

Том 29

Выпуск 5

1986 год

А. И. ЕЛЬШИН

**РАСШИРЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРОВАНИЯ
С ЗАКУПОРИВАНИЕМ ПОР ДЛЯ ДИСПЕРСИОННОЙ СРЕДЫ СО СТЕПЕННЫМ
РЕОЛОГИЧЕСКИМ ЗАКОНОМ ТЕЧЕНИЯ**

(НОВОПОЛОЦКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ)

Выведено расширенное уравнение фильтрации неньютоновских степенных жидкостей. Дан анализ влияния различных факторов на скорость фильтрации. Рассмотрены частные случаи, вытекающие из общего уравнения.

В производстве пластических масс и полимеров, а также при их применении или переработке в виде водных и неводных растворов, приходится сталкиваться с процессом фильтрации неньютоновских жидкостей. Обычно концентрация твердых примесей в фильтруемых жидкостях невелика и процесс протекает с закупориванием пор фильтрующей перегородки. Для фильтрации малоцентрированных суспензий, течение жидкой фазы которых описывается степенным законом, получены формулы, позволяющие связать основные параметры процесса: время фильтрации, скорость фильтрации и удельный объем фильтрата, полученный с единицы поверхности фильтрации [1]. Однако на практике фильтрация с постепенным закупориванием пор одновременно сопровождается закупориванием пор отдельными частицами, что ограничивает применимость полученных в работе [1] формул. Ранее [2] выведено уравнение, из которого, как частный случай, вытекают уравнения для процесса фильтрации с постепенным или полным закупориванием пор для случая ньютоновской жидкости. Как более общий случай рассмотрим фильтрацию, сопровождающуюся одновременно постепенным закупориванием пор и полным закупориванием отдельных пор, в случае степенного реологического закона течения дисперсионной среды

$$\tau = K(dw/dn)^m, \quad (1)$$

где τ — напряжение сдвига; K — коэффициент консистенции; dw/dn — градиент скорости сдвига; m — индекс течения.

При изотермическом установившемся потоке в цилиндрическом капилляре радиусом r_k объемный расход жидкости равен [3]:

$$v = \frac{\pi r_k^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где $f(\tau) = (\tau/K)^{1/m}$; $\tau_w = \Delta p r_k / 2l_k$ — касательное напряжение сдвига у стенки капилляра; Δp — перепад давления на концах капилляра; l_k — длина капилляра.

Повторяя выкладки, сделанные в работе [2], где для пористой фильтрующей перегородки принята модель цилиндрических капилляров, получим начальную скорость фильтрации

$$W_H = B_m N r_k^{(3m+1)/m}, \quad (3)$$

где $B_m = \frac{\pi m}{3m+1} \left(\frac{\Delta p}{2l_k K} \right)^{1/m}$; N — число капилляров радиусом r_k на единице поверхности фильтрующей перегородки.

Исходя из того, что частицы твердой фазы суспензии можно ус-

ловно разбить на две фракции $r_1 \geq r_k$ и $r_2 \ll r_k$, причем, число частиц фракции r_1 , находящихся в единице объема суспензии, равно n , а изменение размера пор капилляров в процессе отложения в них осадка незначительно влияет на соотношение N и n , так как $r_2 \ll r_k$, можно записать

$$W = B_m(N - nq)r^{(3m+1)/m}, \quad (4)$$

где W — скорость фильтрования; r — текущее значение радиуса капилляра фильтрующей перегородки.

После соответствующих преобразований [2], с учетом (3) и (4), получим

$$W = B_m [Nr_k^2 - (\varphi + nr_k^2)q] \cdot \frac{3m+1}{2m} \cdot (N - nq)^{-\frac{1+m}{2m}}, \quad (5)$$

где $r_k^2 = (W_{\pi}/B_m N)^{2m/(3m+1)}$; $\varphi = x_0/\pi l_k$;

(x_0 — отношение объема осадка, отложившегося в порах, к объему полученного фильтрата).

Принимая в уравнении (5) $n=0$ или $x_0=0$, приходим соответственно к уравнениям фильтрования с постепенным закупориванием пор или с полным закупориванием пор, которые совпадают с полученными в работе [1] формулами.

Так как $W = dq/dt$, где q — удельный объем фильтрата, а t — время фильтрования, то после разделения в (5) переменных и интегрирования от 0 до q и от 0 до t получаем расширенное уравнение фильтрования с закупориванием пор

$$t = \frac{1}{W_{\pi}} \int_0^q \frac{\left(1 - \frac{n}{N}q\right)^{(1+m)/2m}}{\left[1 - \left(\frac{n}{N} + k_0\right)q\right]^{(3m+1)/2m}} dq, \quad (6)$$

где $k_0 = \varphi/r_k^2 N$.

В общем случае интеграл (6) не может быть выражен через элементарные функции, однако в частных случаях при $n=0$ или $x_0=0$ сводится соответственно к уравнениям, полученным в работе [1]:

$$q = \frac{1}{k_1} \left\{ 1 - \left[W_{\pi} k_1 \left(\frac{m+1}{2m} \right) t + 1 \right]^{-2m/(m+1)} \right\}, \quad (7)$$

$$q = W_{\pi} [1 - \exp(-tk_2)] / k_2, \quad (8)$$

где $k_1 = x_0/\pi l_k N r_k^2$; $k_2 = n B_m r_k^{(3m+1)/m}$.

Интегрирование (6) при $m=1$ дает уравнение фильтрования ньютоновской жидкости:

$$t = \left\{ \frac{q}{1 - \frac{x_0}{V_{\pi}}(1+E)q} - \frac{N}{n} E^2 \frac{\ln \left[1 - \frac{x_0}{V_{\pi}}(1+E)q \right]}{1+E} \right\} / W_{\pi} (1+E), \quad (9)$$

где $E = n V_{\pi} / N x_0$; $V_{\pi} = \pi l_k r_k^2 N$.

Уравнение (6) и частные случаи могут быть распространены на модель извилистых капилляров постоянного сечения. В этом случае длину капилляра можно выразить через коэффициент извилистости k и толщину фильтрующей перегородки $l_k = kh$. Так как в реальных пористых средах имеются капилляры различного диаметра, то более удобно вместо удельного объема пор, приходящегося на единицу по-

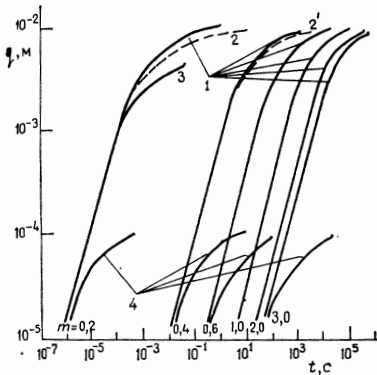


Рис. 1. Кинетика процесса фильтрации при различных индексах течения m . 1—фильтрация с постепенным закупориванием пор, $n=0$; n/N , m^{-1} : 2, 2'—10; 3— $1 \cdot 10^2$; 4— $1 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$

на 1 м^2 порядка $1 \cdot 10^7$ — $1 \cdot 10^8$ [4, 5] (для пор размером 10 мкм величина N составляет примерно $1 \cdot 10^9$ пор на 1 м^2), примем величину $N = 1 \cdot 10^8 \text{ м}^{-2}$, а $r_k = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. Считаем, что $\phi = 1$, то есть при $x_0 = 0,01$ величина $l_k \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и соответствует толщине реальных фильтрующих перегородок. Согласно работе [5], среднее количество гель-частиц размером более 15 мкм в растворе вискозы составляет $1 \cdot 10^7$ — $1 \cdot 10^9$ частиц в 1 м^3 раствора, то есть на практике могут реализовываться ситуации, когда $n/N > 1$ или $n/N < 1$. Величину коэффициента консистенции K примем равным $3,14 \text{ Н} \cdot \text{см}^2/\text{м}^2$, что находится в пределах вязкости растворов полимера типа поливинилового спирта при концентрации 10 — 15% . Величина индекса вязкости m варьируется в зависимости от природы полимера в широком интервале [6, 7].

На рис. 1 и 2 приведена зависимость времени фильтрации при различных индексах течения и отношениях n/N . Как следует из рас-

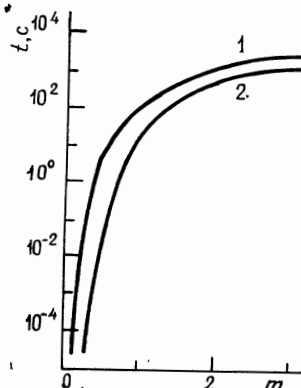


Рис. 2

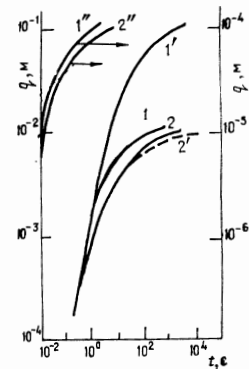


Рис. 3

Рис. 2. Влияние индекса течения m на время получения постоянного объема фильтра-та $q = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ($n/N = 10$). 1— $K = 3,14 \text{ Н} \cdot \text{см}^2/\text{м}^2$; 2— $K = 0,314 \text{ Н} \cdot \text{см}^2/\text{м}^2$

Рис. 3. Влияние закупоривания пор на объем полученного фильтрата при $m = 0,4$. 1, 1', 1''— $x_0 = 0$; 2, 2', 2''— $x_0 = 0,01$; 1— $n/N = 1 \cdot 10^2 \text{ м}^{-1}$; 2— $n = 0$; 1', 2'— $n/N = 10$; 1'', 2''— $n/N = 1 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$

верхности фильтрующей перегородки, использовать величину пористости $\varepsilon = V_{\text{п}}F/l_kF = V_{\text{п}}/kh$, тогда $E = n\varepsilon kh/Nx_0$.

Следует отметить, что в реальных условиях допущения, принятые в данной модели, требуют в каждом конкретном случае экспериментальной корректировки. Тем не менее, просчет различных режимных вариантов фильтрации по полученным уравнениям позволит сократить требуемый в дальнейшем объем экспериментальных исследований. Ниже приведены результаты численного моделирования процесса фильтрации с использованием полученной модели для различных технологических условий.

Исходя из того, что при фильтрации полимерных растворов и расплавов применяются фильтрующие перегородки с количеством пор

четных примеров, величина индекса вязкости является определяющей в процессе фильтрования при $K = \text{const}$, особенно в области степенной жидкости с $m < 1$ (рис. 2). Оценивая степень отклонения процесса фильтрования от фильтрования с постепенным закупориванием пор, следует отметить, что при $n/N < 10$ может быть использовано уравнение (7), так как кинетика процесса фильтрования близка к фильтрованию с постепенным закупориванием пор (кривая 1 рис. 1), но при $n/N > 10$, уравнение (7) не применимо и следует использовать расширенное уравнение (6). Как следует из полученных результатов, предельный объем фильтрата при прочих равных условиях не зависит от неньютоновских свойств степенной жидкости, но реологические свойства дисперсионной среды определяют время достижения этой предельной величины.

Фильтрование с постепенным закупориванием пор и одновременным закупориванием пор отдельными частицами является наиболее неблагоприятным с точки зрения производительности (рис. 3), однако с уменьшением показателя m для жидкостей с одинаковым коэффициентом консистенции наблюдается резкое возрастание скорости фильтрования, которая в основном определяется величиной W_n .

Оценим чувствительность скорости фильтрования к изменению K и m дисперсионной среды. Для растворов полимеров характерна величина индекса течения $m < 1$, которая, как правило, уменьшается с увеличением концентрации полимера с одновременным увеличением коэффициента консистенции. Поскольку показатели степени $1/m$ и $(3m + 1)/m$ в формуле (3) быстро увеличиваются с уменьшением m , то изменение коэффициента консистенции в несколько раз вызывает изменение скорости фильтрования на несколько порядков, например, для раствора полиакриламида в воде увеличение массовой концентрации полимера с 2 до 3 % ведет к росту коэффициента K в 4,5 раза при уменьшении m с 0,53 до 0,41, однако скорость фильтрования уменьшается уже на 4 порядка, аналогичные изменения происходят в растворах других полимеров. Такой же эффект достигается при изменении перепада давления (уравнение 3). Таким образом, для неньютоновской жидкости с индексом $m < 1$ наиболее эффективным способом повышения скорости фильтрования является понижение концентрации полимера в растворе, если это возможно, или повышение Δp и температуры фильтруемого раствора. Снижение коэффициента консистенции на 50 % или увеличение Δp в два раза для жидкости с индексом $m = 0,5$ теоретически увеличивает W_n в 4 раза, при $m = 0,4$ в 5,6 раза. Иная картина наблюдается для расплавов полимеров [8], характеризующихся значением $m > 1$, где выигрыш в производительности за счет снижения K или увеличения Δp с ростом m уменьшается в степени $1/m$. Для дилатантных жидкостей увеличение скорости фильтрования путем уменьшения K или увеличения Δp является менее эффективным, чем для псевдопластичных.

Кроме реологических свойств жидкости и технологических параметров фильтрования следует правильно выбирать толщину фильтрующей перегородки или связанную с ней длину капилляров l_k , так как она вместе с Δp и K входит в комплекс $(\Delta p / 2l_k K)^{1/m}$ и влияет на производительность фильтра, особенно при $m < 1$. Поэтому при фильтровании жидкости, имеющей небольшой индекс вязкости, следует исходить из минимально возможной толщины фильтрующей перегородки, обеспечивающей требуемое качество фильтрата.

Полученное расширенное уравнение фильтрования с закупориванием пор дает возможность проанализировать процесс фильтрования

с точки зрения выбора типа фильтрующей перегородки, перепада давления, соотношения n/N , реологических свойств фильтруемой жидкости и может быть использовано в ориентировочных инженерных расчетах с учетом упрощенной трактовки процесса фильтрования в предлагаемой модели. Так как модель не позволяет при различных вариантах гранулометрического состава твердых примесей определить качественные характеристики процесса, то после предварительных расчетов необходимо проводить пробное фильтрование с целью определения содержания примесей в фильтрате и сопоставления этой величины с требованиями технологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shirato M., Aragaki T., Iritani E. J. Chem. Eng. Jap, 1979, vol. 12, № 2, p. 162—164.
2. Гриченко А. А., Ельшин А. И. Изв. вузов. Химия и хим. технология, 1981, т. 24, вып. 4, с. 509—513.
3. Романков П. Г., Курочкина М. И. Гидромеханические процессы химической технологии. Л.: Химия, 1982. 288 с.
4. Прошков А. Ф. Машины для производства химических волокон. М.: Машиностроение, 1974. 472 с.
5. Папков С. П. Физико-химические основы производства искусственных и синтетических волокон. М.: Химия, 1972. 312 с.
6. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия, 1984. 632 с.
7. Красовский В. Н., Воскресенский А. М. Сборник примеров и задач по технологии переработки полимеров. Минск: Высшая школа, 1975. 320 с.
8. Торнер Р. В. Основные процессы переработки полимеров: Теория и методы расчетов. М.: Химия, 1972. 456 с.

Кафедра химической
техники и технологии
нефти и газа

Поступила в редакцию
14 сентября 1984 года