

УДК 628.16.081.3

А. И. ЕЛЬШИН, А. И. ВЕГЕРА

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФАЗЫ УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИИ ВОДОПРОВОДНОЙ ВОДЫ

Процесс ультрафильтрации (УФ) широко используется для разделения дисперсных систем в различных отраслях промышленности [1–3]. Динамично развивается применение УФ для очистки воды, в том числе водопроводной [4–7]. Отличительной особенностью применения УФ при очистке воды является широкий диапазон изменения как химического, так и дисперсионного состава загрязнений исходной воды.

Для очистки водопроводной воды применяются низконапорные УФ модули, производительность которых существенно зависит от гидравлического сопротивления осадка формирующегося на поверхности мембранны. Как показывает практика, свойства осадка могут быть причиной различного рода нестационарных явлений, особенно в начальный период фильтрования [8–13]. В данной работе рассматривается вопрос удаления из водопроводной воды взвешенных веществ.

Для уменьшения осадкообразования и увеличения производительности УФ модулей, последние могут снабжаться так называемым предфильтром. Предфильтр представляет собой фильтр тонкой очистки, устанавливаемый перед мембранным модулем или мембранный установкой. В качестве предфильтра чаще всего используют фильтры патронного типа с тонкостью фильтрования в несколько микрон [4, 5, 7].

Как правило, процесс удаления взвешенных частиц ультрафильтрацией протекает в режиме образования осадка, который характеризуется линейной зависимостью в координатах $t/q - q$, где t — время фильтрования, с; q — удельный объем фильтрата с единицы площади фильтрования, m^3/m^2 [3, 8]:

$$\frac{t}{q} = \frac{\mu \cdot \alpha_0 \cdot x_0}{2 \cdot \Delta p} q + \frac{1}{W_0}, \quad (1)$$

где μ — динамическая вязкость жидкости, Па·с; α_0 — удельное объемное сопротивление осадка, m^{-2} ; x_0 — отношение объема осадка к объему фильтрата; Δp — перепад давления, Па; R_m — гидравлическое сопротивление мембранны, $1/\text{m}$; $1/W_0 = \mu \cdot R_m / \Delta p$, где W_0 — начальная скорость фильтрования.

В некоторых случаях начальный период фильтрования носит нелинейный характер и может служить причиной снижения производительности мембранны, что, например, наблюдалось в работе [9]. Тем не менее, вопрос о причине нелинейности начального периода фильтрования, продолжительностью около 1 ч, остался открытым.

Для объяснения причины снижения производительности мембранны при наблюдаемой нелинейности фильтрационной характеристики рассмотрим рис. 1, где схематично представлены процесс фильтрования с образованием осадка 1 и процесс с нелинейным начальным периодом фильтрования 2, аналогичный наблюдаемому. Предположим, что нестационарный режим ог-

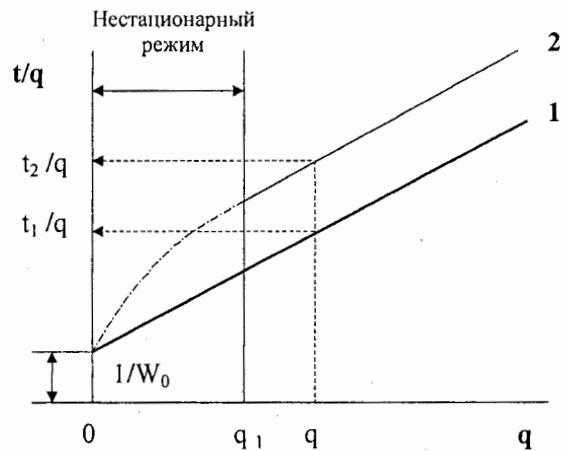


Рис. 1. Влияние нелинейности фильтрационной характеристики на среднюю скорость фильтрования при $\Delta p = \text{const}$. 1 — фильтрование с образованием осадка, 2 — фильтрование, сопровождающееся повышенным начальным сопротивлением осадка

раничиваются удельным объемом фильтрата q_1 . Величина $1/W_0$ соответствует обратной скорости фильтрования в начальный момент времени и одинакова в обоих случаях. Так как отношение t/q соответствует обратной средней скорости фильтрования, а $t_2/q > t_1/q$ при $q > q_1$, то очевидно, что при нелинейности типа 2 средняя производительность ниже, чем при фильтровании с образованием осадка.

Ультрафильтрационные и обратноосмотические мембранны составляют основу систем тонкой очистки воды, поэтому нелинейное поведение фильтрационной характеристики в начале стадии фильтрации нуждается в более детальном изучении для выработки средств воздействия на это негативное явление.

С целью изучения причины нелинейности начального периода фильтрования, проведены дополнительные исследования, результаты которых представлены и проанализированы ниже.

Экспериментальная часть и обсуждение результатов. Исследовали фильтрование водопроводной воды (температура воды 12°C , $\mu = 0,001236 \text{ Па}\cdot\text{с}$) с характеристиками воды аналогичными [9] через мембрану МИФИЛ ПА-20 (средний диаметр пор $0,03 \text{ мкм}$) в перекрестном режиме ультрафильтрования. Для перекрестного УФ с применением трикотажного предфильтра и без предфильтра использовали установку описанную в работе [9]. Площадь предфильтра $0,001 \text{ м}^2$, площадь мембранны в проточной фильтровальной ячейке $0,001 \text{ м}^2$. Переход давления через мембрану, $\Delta p = 0,1 \text{ МПа}$. Скорость тангенциального течения над мембраной составляла $0,4\text{--}0,5 \text{ м/с}$. Применение предфильтра в виде трикотажного материала ПТТФ позволяло повысить производительность мембранны на $15\text{--}20\%$, однако нелинейность начального периода фильтрования сохранялась. Полученные результаты представлены в таблице и на рис. 2 совместно с результатами моделирования, которые будут обсуждаться отдельно.

Средний размер частиц осадка d_e и их фактор формы φ определены на основе микроскопического анализа. Фактор формы частиц равен $0,78$ и близок к фактору формы частиц типа песка $\varphi = 0,8 \div 0,9$ [14].

Пористость осадка (ε) в связи со сложностью ее прямого определения оценивали по пористости зернистых слоев с аналогичным фактором формы [15] и соответствует $\varepsilon = 0,3$. Отношение объема осадка к объему фильтрата определяли весовым способом в предположении, что основная масса загрязнений представляет собой продукты коррозии и оксиды железа [15].

Величина, пропорциональная сопротивлению мембранны $1/W_0 = \mu R_m / \Delta p = 26000 \text{ с}/\text{м}$, установлена на основе анализа экспериментальных данных и является постоянной для всех режимов фильтрования.

Более детальная обработка экспериментальных фильтрационных характеристик в координатах $t/q - q$ и $t/q - t$ с применением корреляционного анализа на линейном участке показала, что корреляционная связь в координатах $t/q - q$ на 20% теснее, чем для $t/q - t$. Поэтому дальнейший анализ данных проводится по уравнению (1) для фильтрования с образованием осадка. Фильтрационные характеристики имеют четко выраженный нелинейный период фильтрования, рис. 2.

Отклонение начального участка фильтрационных характеристик от линейной зависимости в характеристических координатах отмечается при различных обстоятельствах многими исследователями. Авторы работы [16] связывают это явление с начальной укладкой частиц на фильтрующей перегородке. При этом засорение пор в осадке происходит, по их мнению, не за счет частиц суспензии, а за счет продуктов разрушения осадков. Согласно [17], нелинейность начальной стадии фильтрования может быть вызвана влиянием гра-

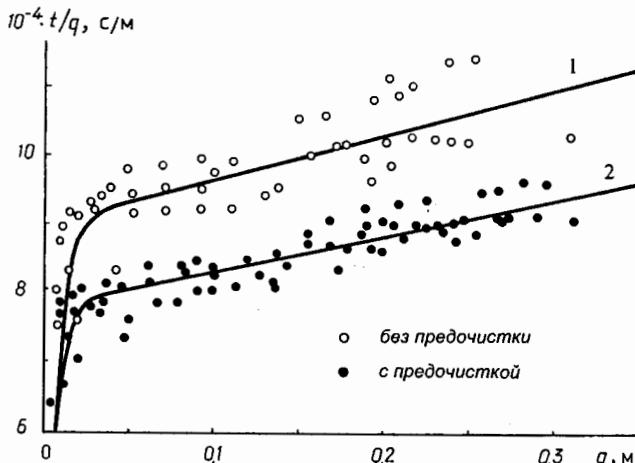


Рис. 2. Зависимость обратной средней скорости фильтрования воды t/q , $\text{с}/\text{м}$ от удельного объема фильтрата q , $\text{м}^3/\text{м}^2$ для мембранны МИФИЛ ПА-20. Точки — экспериментальные данные, кривые — результаты моделирования кинетики фильтрования, где 1 — УФ без предочистки, 2 — УФ с предочисткой воды на фильтрованном материале ПТТФ

Параметры процесса ультрафильтрования водопроводной воды на мемbrane МИФИЛ ПА-20

Параметр	Без предфильтра	С предфильтром ПТТФ
Эквивалентный диаметр частиц загрязнений d_c , мкм	0,57	0,44
Удельный объем фильтрата, соответствующий переходу к линейной фильтрационной характеристике q_1 , $\text{м}^3/\text{м}^2$	0,057	0,0455
Отношение объема осадка к объему фильтрата, x_0	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$0,58 \cdot 10^{-4}$

ничного эффекта, обусловленного частичным перекрытием входных отверстий пор фильтрующей перегородки.

Нелинейность наблюдалась также в перекрестном режиме фильтрования на мемbrane УПМ. П500 [10]. Предположим, что на первой стадии происходит рост сопротивления фильтровальной перегородки и образование на ее поверхности осадка, причем поры мембраны частично закупориваются, приводя к возрастанию сопротивления осадка. Вторая стадия характеризуется значительно более медленным увеличением сопротивления осадка за счет постоянного смыва вновь отлагающегося осадка, а рост сопротивления связан с суффозией частиц и уплотнением осадка, сформированного на первой стадии. Наличие начального участка связывают с изменением сопротивления осадка и авторы работы [18].

Для условий обсуждаемого эксперимента контрольное фильтрование водопроводной воды на микрофильтрационной мемbrane с размером пор 0,45 микрон нелинейности не обнаружено. Так как средний размер частиц много больше размера пор УФ мембранны, то вклад эффекта перекрытия или закупорки пор в нелинейность начальной стадии фильтрования можно считать несущественным. Это позволяет предположить, что нелинейность при УФ вызвана иными причинами, чем постепенная закупорка пор мембранны частицами дисперсной фазы воды. Кроме того, фильтрование водопроводной воды через УФ мембрану при давлении до 0,15 МПа показало, что для данного условия осадок на мембране можно считать несжимаемым.

Ввиду сложности прямого исследования природы начального периода формирования осадка существуют различные точки зрения на строение осадка в приграничной с мембраной области и его структуру в режиме перекрестного фильтрования [11, 19, 20]. Ввиду разнообразия дисперсных систем и фильтровальных материалов, отсутствуют универсальные теоретические и прикладные модели нестационарной фазы фильтрования. В этой связи в каждом отдельном случае необходим выбор модели для его описания, основанный на результатах наблюдения.

В соответствии с уравнением Козени — Кармана объемное удельное сопротивление осадка можно представить в виде

$$\alpha_0 = \frac{1}{k(1-\varepsilon)} = \frac{36K_0T_{av}^2(1-\varepsilon)}{(\varphi \cdot d_{av})^2\varepsilon^3}, \quad (2)$$

где k — коэффициент проницаемости пористой среды, м^2 ; ε — пористость; K_0 — коэффициент; T_{av} — средний коэффициент извилистости; φ — фактор формы частиц осадка; d_{av} — средний диаметр частиц осадка, м.

Для несжимаемого осадка можно принять $\varepsilon = \text{const}$. Считая, что при проточном фильтровании тонко- и крупнодисперсная фракции частиц в осадке находятся в равновесии, примем $d_{av} = \text{const}$. Обычно величина извилистости принимается постоянной и не зависящей от масштаба пористой среды, т. е. от толщины пористого тела. Однако, согласно теоретическим данным [21], причиной большого различия удельных сопротивлений осадка на неустановившемся α_0_1 и стационарном участках α_0_2 фильтрования может быть переменная величина коэффициента извилистости T . Основываясь на данных [21], примем гипотезу, что извили-

стость в начальный период фильтрования T_1 больше средней извилистости осадка T_{av} , $T_1 > T_{av}$, а в процессе формирования осадка $T_1 \rightarrow T_{av} = \text{const}$.

Существуют различные определения извилистости [22–25], согласно одному из них извилистость — это отношение средней длины пути движения молекулы или элемента жидкости к толщине пористой среды $T = L / L_0$. В соответствии с данным определением средняя длина пути элемента жидкости есть переменная величина, зависящая от соотношения молекулярно-диффузационной и конвективно-диффузационной составляющих общего потока вещества в пористой среде. При молекулярной диффузии длина пути $L_m \geq L_k$ — длины пути при конвективном переносе вещества в пористой среде. Насколько велик вклад этих величин в массоперенос зависит от структуры и протяженности капиллярной сети, т. е. от масштаба пористой среды [21].

Соотношение диффузационной и конвективной составляющих массопереноса можно определить с помощью критерия Пекле [26, 27]:

$$Pe = wl/D_{\text{мол}}, \quad (3)$$

где w — скорость течения; l — характерный размер пористой среды; $D_{\text{мол}}$ — коэффициент молекулярной диффузии.

Используя (3), оценим величину трансембранных критерия Пекле для ультра- и микрофильтрации с образованием осадка. Коэффициент диффузии воды в нормальных условиях $\sim 1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ [27]; скорость ультрафильтрации $\sim 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}/\text{с}$; скорость микрофильтрации $\sim 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}/\text{с}$ [9]; характерный размер для осадка примем $\sim 1 \text{ мкм}$. В результате при ультрафильтрации $Pe = 0,01$, а при микрофильтрации $Pe = 1,0$ (число Рейнольдса имеет порядок $1 \cdot 10^{-5}$ и $1 \cdot 10^{-3}$ соответственно). Таким образом, процесс переноса в УФ осадке носит диффузионный характер с преобладанием радиальной дисперсии, а при микрофильтровании — конвективный.

Так как при диффузионном переносе протяженность микромасштабной области, где флуктуация извилистости превышает среднюю величину, значительно больше, чем при конвекции [21], то причины нелинейности начального периода ультрафильтрования будем искать в изменении характеристик формирующегося на мемbrane осадка на микро- и макро уровнях.

Модель нелинейного периода фильтрования. Результаты численного моделирования в режимах градиентной диффузии и фильтрации показали [21], что извилистость пор осадка в тонких слоях выше средней величины для толщины осадка, попадающей в микромасштабную область. Превышение осредненной извилистости $f(z) = \langle T / T_{av} \rangle - 1$ (T_{av} — средняя извилистость на макроуровне; T — текущее значение извилистости; z — условная толщина пористой среды) является причиной повышенного гидравлического сопротивления осадка. В формирующемся на начальной стадии УФ осадке можно ожидать отклонение извилистости от средней в виде флуктуаций на 50–100%. Безразмерная функция превышения извилистости

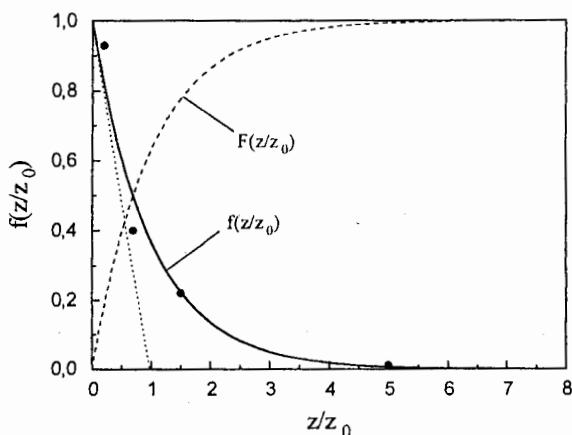


Рис. 3. Зависимость безразмерных функций превышения средней извилистости $f(z/z_0)$ и $F(z/z_0)$ от безразмерной толщины пористой среды z/z_0

$f(\bar{z})$, полученная в результате компьютерного моделирования, приведена на рис. 3, где $\bar{z} = z / z_0$ и z_0 — нормированная величина, принятая на основании моделирования равной протяженности микромасштабной области $z_0 = 40$.

Как следует из графика, эффект превышения извилистости прослеживается до $\bar{z} = z / z_0 = 5$. Безразмерная функция $f(\bar{z})$ получена в форме:

$$f(\bar{z}) = 1/\exp(\bar{z}). \quad (4)$$

Уравнение (4) является частным случаем экспоненциального распределения с функцией плотности распределения $f(x)$ следующего вида:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{m} \exp\left(-\frac{x}{m}\right), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

и функцией распределения при $x \geq 0$ вида

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{m}\right). \quad (6)$$

Переходя к начальному периоду ультрафильтрации воды, полагаем, что изменение приста извилистости, как и в модели, описывается уравнением (5). Безразмерную толщину осадка представим в форме

$$\bar{z} = \frac{h_{oc}}{z_0} = \frac{x_0 q}{\chi \cdot d_{av}}, \quad (7)$$

где h_{oc} — толщина осадка; $\chi \cdot d_{av} = z_0$ — характерный масштаб извилистости осадка, зависящий от эквивалентного диаметра частиц осадка d_{av} и коэффициента пропорциональности χ .

С учетом микромасштабного эффекта уравнение фильтрования (1) примет вид

$$\frac{t}{q} = \frac{\mu \cdot \alpha_0 x_0}{2\Delta p} q + \frac{\mu \cdot \alpha_0 x_0}{2\Delta p} R[f(\bar{z})] + \frac{\mu \cdot R_M}{\Delta p}, \quad (8)$$

где комплекс $\frac{\mu \cdot \alpha_0 x_0}{2\Delta p} R[f(\bar{z})]$ характеризует дополнительное сопротивление $R[f(\bar{z})]$, вносимое первыми слоями осадка за счет превышения микроизвилистости над макроизвилистостью. С учетом формулы (2) и того, что $\int f(\bar{z})$ определяется уравнением (6), после подстановки в (8) получаем модельное уравнение нелинейной кинетики ультрафильтрования

$$\frac{t}{q} = \frac{36K_0 T_{av}^2 (1-\varepsilon) \mu \cdot x_0}{2(\varphi \cdot d_{av})^2 \varepsilon^3 \Delta p} \left\{ q + \left[1 - \exp\left(-\frac{x_0 q}{\chi d_{av}}\right) \right]^2 \right\} + \frac{\mu \cdot R_M}{\Delta p}. \quad (9)$$

Все константы модели могут быть определены из результатов ультрафильтрования или путем физических измерений. Коэффициент χ может быть вычислен следующим образом.

Полагая, что функция $F(\bar{z}) \approx 1$ при $\bar{z} = 5$ (рис. 3), с помощью фильтрационной характеристики $t/q - q$ определяется объем фильтрата q_1 , соответствующий переходу от нелинейной кинетики фильтрования к линейной, тогда

$$\bar{Z} = 5 = \frac{x_0 q_1}{\chi d_{av}}, \quad (10)$$

откуда и рассчитывается искомый коэффициент

$$\chi = x_0 q_1 / (5d_{av}). \quad (11)$$

Переход от нелинейной кинетики ультрафильтрования к линейной хорошо выражен на графике, рис. 2, и объем фильтрата q_1 может быть определен достаточно точно.

Модель (9) показывает, что при прочих равных условиях протяженность начального периода ультрафильтрации воды определяется соотношением вкладов в сопротивление осадка среднего диаметра частиц осадка и x_0 . Результаты расчета процесса ультрафильтрации воды с помощью предложенной модели (9) показаны на рис. 2 в виде кривых. При расчете модели принято, что константа уравнения Козени – Кармана $K_0 = 2,5$ [28], коэффициент, учитывающий фактор формы частиц, $\varphi = 0,78$, пористость осадка $\varepsilon = 0,3$ и средняя макроизвилисть $T_{av} = 2,7$. Величина, пропорциональная сопротивлению мембранны $1/W_0 = \mu R_m/\Delta p = 26000$ с/м, определена по экспериментальным данным. Коэффициент χ , рассчитанный по (11), для УФ без предфильтра равен 1,2 и для УФ с предфильтром – 0,6.

Расчетные кривые хорошо коррелируют со значениями, полученными экспериментальным путем, следовательно, модель удовлетворительно описывает процесс ультрафильтрации с нелинейным начальным участком и может быть использована для определения факторов, влияющих на производительность процесса.

Одним из очевидных выводов, согласно модели (9), является возможность уменьшить продолжительность нелинейного участка путем повышения Δp . Однако величина Δp определяется напором воды при прямом подключении установки к водопроводной сети или величиной напора насосного оборудования и диапазон регулировки ограничен. Кроме того, увеличение давления в мембранных системах с насосным оборудованием влечет за собой повышение затрат на электроэнергию.

Для оценки влияния параметров d_{av} и x_0 , входящих в нелинейную часть уравнения (9), выделим нелинейную составляющую и преобразуем к виду

$$f_n(x_0) = \frac{Ax_0}{(d_{av})^2 B} \left[1 - \exp\left(-\frac{x_0 q}{\chi d_{av}}\right) \right]^2, \quad (12)$$

где $A = 36K_0 T_{av}^2 (1 - \varepsilon) \mu$ и $B = 2 \varphi^2 \varepsilon^3 \Delta p$. Нелинейный эффект тем меньше, чем меньше функция (12). На рис. 4 приведен график функции (12), для различных средних диаметров частиц загрязнения d_{av} .

Согласно модели (9) и (12), уменьшить продолжительность нелинейного периода ультрафильтрации воды и тем самым повысить производительность УФ-мембран возможно путем

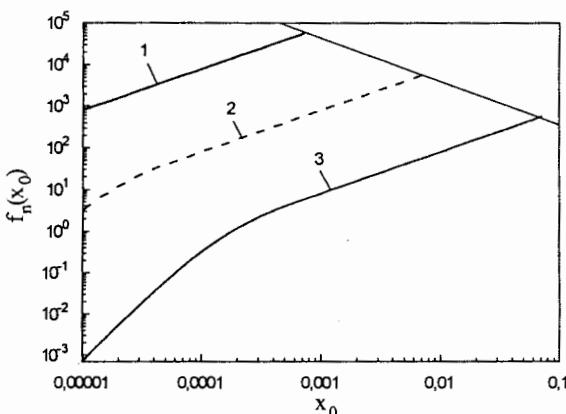


Рис. 4. График функции $f_n(x_0)$ для различных средних диаметров частиц загрязнения d_{av} . Приняты следующие постоянные: $A = 0,53$; $B = 6570$; $\chi = 1,0$; $q = 1 \text{ м}^3/\text{м}^2$. 1 – $d_{av} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}$; 2 – $d_{av} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; 3 – $d_{av} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$

увеличения среднего диаметра частиц загрязнений d_{av} и снижения концентрации твердой фазы в воде, x_0 . Увеличения среднего размера частиц можно достичь за счет коагуляции или флокуляции, а отношение объема осадка к объему фильтрата при низких концентрациях прямо пропорционально объемной доле взвешенных частиц в воде. Если по каким либо причинам коагуляция или флокуляция не применимы, основным управляющим фактором становится понижение концентрации взвешенных частиц в исходной воде. Данное условие выполняется, если вода проходит дополнительную стадию фильтрования (рис. 2).

Выводы. Анализ экспериментальных и теоретических данных позволил получить модель нестационарной фазы ультрафильтрации, основанную на масштабном изменении коэффициента извилистости. Получено удовлетворительное соответствие модели и экспериментальных данных.

Результаты моделирования показали, что производительность ультрафильтрации может быть повышена за счет сокращения начального периода формирования осадка путем понижения общего содержания взвешенных веществ в воде с помощью предфильтра и увеличения среднего размера частиц в осадке, например, путем коагуляции и флокуляции.

Summary

The work is devoted to analysis of the tap water ultrafiltration with nonstationary initial phase of filtration. For the non-stationary initial period explanation a model of ultrafiltration process based on the tortuosity scale approach was developed. Model data are correlated well with those experimental data for the dead-end and cross-flow ultrafiltration. The modeling results show that the ultrafiltration flux can be increased by means of initial ultrafiltration period minimization through (a) total solid water concentration reduction, for instance, with pre-filtration help; (b) average particle size increasing in water, for example by coagulation or flocculation.

Литература

1. Дытнерский Ю. И. Обратный осмос и ультрафильтрация. М., 1978. С. 143.
2. Брок Т. Мембранный фильтрация: Пер. с англ. М., 1987.
3. Брык М. Т., Цапюк Е. А. Ультрафильтрация. Киев, 1989.
4. Кareljin Ф. Н. Обессоливание воды обратным осмосом. М., 1988.
5. Pure Water Handbook. Minnesota, USA: Osmonics, Inc., 1991.
6. Первов А. Г., Резцов Ю. В., Коптев В. С., Милованов С. Б. // Водоснабжение и санитарная техника. 1995. № 2. С. 21–24.
7. Ясминов А. А., Орлов А. К., Карелин Ф. Н., Рапорт Я. Д. Обработка воды обратным осмосом и ультрафильтрацией. М., 1978.
8. Жужиков В. А. Фильтрование. М., 1980.
9. Ельшин А. И., Вегера А. И. // Весці НАН Беларусі. Сер. хім. науок. 2000. № 1. С. 124–128.
10. Мамигонян Р. А., Гутин Ю. В., Сороцкий И. М. // Химическое и нефтяное машиностроение. 1991. № 9. С. 1–3.
11. Tanaka T. et al. // J. Fermentation and Bioengineering. 1994. Vol. 78, N 6. P. 455–461.
12. Tarleton E. S. // Filtration and Separation. 1998. Vol. 32, N 3. P. 293–295.
13. Blaupain, P., Lande M. // Filtration and Separation. 1997. Vol. 34, N 10. P. 1065–1069.
14. Perry's Chemical Engineering Handbook. Singapore: McGraw-Hill, 1984.
15. Вегера А. И. Моделирование локальных мембранных систем очистки воды с предфильтром: Дис. ...канд. техн. наук. Новополоцк, 2000.
16. Золотовин В. Л., Вольхин В. В., Ревушкин В. К. // Коллоид. журн. 1960. Т. 22, № 3. С. 305.
17. Сороцкий И. М., Шпанов Н. В., Ананчев Т. Б. // Оборудование для разделения жидких неоднородных систем и очистки жидких смесей: Сб. науч. Тр. НИИ хим. маш. М., 1975. Вып. 70. С. 15–23.
18. Kozicki W., Roa A. R. K., Tin C. // Can. J. Chem. Eng. 1970. Vol. 48, N 4. P. 463–465.
19. Xu-Jiang Y., Dodds J., Leclerc D. // Filtration and Separation. 1995. September. P. 795–798.
20. Tanaka T. et al. // Biotechnology and Bioengineering. 1994. Vol. 43, N 11. P. 1094–1101.
21. Вегера А. И., Ельшин А. И., Волков В. К. Моделирование влияния масштаба пористой среды на извилистость // Изв. вузов. Химия и химическая технология. 1999. Т. 42, Вып. 5. С. 101–106.
22. Вега J. Dynamics of Fluids in Porous Media. Amer. Elsevier Publishing Co. 1972. P. 90–118.
23. Эрлов М. Э., Тодес О. М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л., 1968.
24. Yelshin A., Mota M., Teixeira J. Porous media behaviours modelling and analysis in separation processes, Proceedings of Int. Conference Filtech Europa—97, Dusseldorf, Germany, October 14 — 16, 1997. Horsham (UK): Filtration Society, 1997. P. 327–334.
25. Mota M., Teixeira J. A., Yelshin A. // Separation and Purification Technology. 1999. Vol. 15. P. 59–68.
26. Хейфец Л. И., Неймарк А. В. Многофазные процессы в пористых средах. М., 1982.
27. Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Ч. Массопередача. М., 1982.
28. Chemisinfoff N. P. Pocket Handbook for Solid Liquid Separations. Houston: GULF, 1992. P. 24–25.